

# Spis treści

Przedmowa	9
1 Pochodna	11
1.1. Pojęcie pochodnej	11
1.2. Definicja pochodnej	13
1.3. Interpretacja geometryczna pochodnej	14
1.4. Numeryczne obliczanie pochodnej w punkcie $x_0$	15
1.5. Sieczna symetryczna	17
1.6. Funkcja pochodna	19
1.7. Numeryczne obliczanie funkcji pochodnej	20
1.8. Pochodne funkcji potęgowych o wykładnikach całkowitych	22
1.9. Pochodna pierwiastka	27
1.10. Pochodne funkcji trygonometrycznych $\sin(x)$ i $\cos(x)$	28
1.11. Pochodna funkcji wykładniczej, podstawa logarytmu naturalnego	32
1.12. Pochodne funkcji parzystych i nieparzystych	36
1.13. Zadania	38
1.14. Rozwiązania	39
2 Reguły różniczkowania	45
2.1. Pochodna funkcji pomnożonej przez stałą	45
2.2. Pochodna sumy i różnicy	46
2.3. Pochodna iloczynu	47
2.4. Pochodna ilorazu	51
2.5. Pochodna funkcji złożonej	55
2.6. Stała pod znakiem funkcji	61
2.7. Pochodna funkcji odwrotnej	63

2.8.	Zadania	67
2.9.	Rozwiązania	73
3	Pochodne wyższych rzędów	83
3.1.	Pochodne wyższych rzędów	83
3.2.	Przykłady pochodnych wyższych rzędów	84
3.3.	Dygresja. Numeryczne obliczanie drugiej pochodnej	87
3.4.	Badanie przebiegów funkcji	90
3.5.	Zadania	97
3.6.	Rozwiązania	99
4	Zastosowania rachunku różniczkowego	109
4.1.	Optymalizacja	109
4.2.	Badanie ekstremów funkcji	109
4.3.	Szukamy maksimum	110
4.4.	Szukamy minimum	115
4.5.	Zadania	120
4.6.	Rozwiązania	123
5	Całka nieoznaczona	131
5.1.	Całkowanie	131
5.2.	Całki z funkcji potęgowych	132
5.3.	Całki z funkcji trygonometrycznych $\sin(x)$ i $\cos(x)$	134
5.4.	Całka z funkcji wykładniczej $e^x$	134
5.5.	Reguły całkowania: całka z sumy i różnicy	134
5.6.	Reguły całkowania: funkcja pomnożona przez stałą	135
5.7.	Całkowanie przez części	136
5.8.	Staża pod znakiem funkcji	138
5.9.	Odwrócenie różniczkowania funkcji złożonej	139
5.10.	Zastosowania	140
5.11.	Zadania	145
5.12.	Rozwiązania	147

6	Całka oznaczona .....	153
	6.1. Całka oznaczona .....	153
	6.2. Podstawowe twierdzenie rachunku całkowego .....	156
	6.3. Zastosowanie 1: położenie i przesunięcie .....	158
	6.4. Zastosowanie 2: praca .....	161
	6.5. Zastosowanie 3: objętość brył obrotowych .....	162
	6.6. Numeryczne obliczanie całek .....	166
	6.7. Zadania .....	169
	6.8. Rozwiązania .....	172
7	Szeregi potęgowe .....	177
	7.1. Przybliżanie funkcji przez wielomiany .....	177
	7.2. Przykłady szeregów Maclaurina .....	179
	7.3. Suma i różnica szeregów .....	184
	7.4. Różniczkowanie szeregów Maclaurina .....	186
	7.5. Całkowanie szeregów Maclaurina .....	187
	7.6. Funkcje, których nie można rozwinąć w szereg Maclaurina .....	188
	7.7. Funkcje o skończonym promieniu zbieżności .....	189
	7.8. Zastosowanie rozkładu funkcji na szereg Maclaurina .....	192
	7.9. Szereg Taylora .....	194
	7.10. Przykłady zastosowania wzoru Taylora .....	196
	7.11. Logarytm naturalny, szereg nie-potęgowy .....	198
	7.12. Formalne uzasadnienie wzorów numerycznego obliczania pochodnych	201
	7.13. Zadania .....	202
	7.14. Rozwiązania .....	204
A	Potęgi dwumianu .....	209
B	Funkcje potęgowe .....	211
C	Łukowa miara kąta .....	217
D	Funkcje trygonometryczne .....	223
E	Tożsamości trygonometryczne .....	231

F	Funkcje wykładnicze .....	239
G	Logarytmy .....	241
H	Funkcje logarytmiczne .....	251
I	Obliczanie logarytmu dziesiętnego .....	255
J	Funkcje parzyste i nieparzyste .....	259
K	Funkcje odwrotne .....	263
L	Ciągi i szeregi nieskończone .....	269
M	Tablice .....	275
N	Obliczenia numeryczne .....	279
P	Prezentacje .....	285
	Literatura .....	289
	Skorowidz .....	291